А. А. Горшков

Нижегородский национальный исследовательский университет им. Н. И. Лобачевского,

tiger-nn@mail.ru

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДВОЙСТВЕННОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЫПУКЛОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ В РАВНОМЕРНО ВЫПУКЛЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Проблемы, связанные с различными проявлениями неустойчивости (некорректности) в задачах оптимизации, оптимального управления и, в частности, в задачах выпуклого программирования, хорошо известны. Они возникают уже в "самых простых" по виду оптимизационных задачах (см., например, [1]) и находят выражение в фактах несуществования классических решений как прямых, так и двойственных задач, неустойчивости этих решений при возмущении исходных данных. В случае достаточно сложных реальных задач, в том числе и многих задач современного естествознания, требующих для своего решения применения приближенных методов и использования компьютерных вычислений, указанные проблемы несуществования, неустойчивости являются центральными и требуют их обязательного учета.

Оказывается, преодолевать проблемы некорректности в задачах выпуклого программирования, а также в сводящихся к ним задачах оптимального управления, обратных задачах можно на пути применения методов теории двойственности, регуляризации и одновременного перехода к рассмотрению понятия минимизирующей последовательности допустимых элементов в качестве основного понятия оптимизационной теории, то есть, другими словами, перехода с языка оптимальных элементов на язык минимизирующих последовательностей [1].

Рассмотрим задачу минимизации:

$$f^0(z) \to \min,\ A^0 z = h^0,\ g_i^0(z) \leqslant 0,\ i = 1, ..., m,\ z \in D \subset Z, \quad (1)$$

где $f^0 : D \to R$ – липшицевый строго равномерно выпуклый непрерывный функционал, $A^0 : Z \to H$ – линейный непрерывный оператор, $g_i^0 : D \to R,\ i = 1, ..., m$ – липшицевы непрерывные выпуклые функционалы, $g^0(z) \equiv (g_1^0(z), ..., g_m^0(z))^*$, $h^0 \in H$ – заданный элемент, D – выпуклое замкнутое ограниченное множество, Z, H – равномерно выпуклые пространства.

Метод двойственной регуляризации позволяет решить задачу (1), а следовательно и оптимизационные задачи сводящиеся к ней [2]. Рассмотрение задач выпуклого программирования в рефлексивных (в частности равномерно выпуклых) пространствах с ограничениями, которые задаются операторами, действующими также в рефлексивные пространства, существенно расширяет класс задач оптимального управления, обратных задач, которые могут непосредственно к ним быть сведены. Прежде всего, это происходит за счет присоединения к нему новых оптимизационных и обратных задач, связанных с уравнениями в частных производных. Последнее объясняется, в частности: 1) улучшением свойств регулярности решений уравнений в частных производных с увеличением степени суммируемости их коэффициентов и, как следствие, улучшением свойств дифференцируемости функции Лагранжа задачи; 2) улучшением аналогичных свойств решений сопряженных уравнений принципа максимума в задачах оптимального управления при погружении образов операторов, задающих ограничения, в функциональные классы суммируемых с p-ой степенью функций при $1 < p < 2$, $p > 2$, $p \neq +\infty$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-01-00199-а) и Минобрнауки РФ(шифр заявки 1.1907.2011).

ЛИТЕРАТУРА

1. Сумин М. И. *Регуляризация в линейно выпуклой задаче математического программирования на основе теории двойственности* // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 2007. – Т. 47. – № 4. – С. 602–625.

2. Горшков А. А. *О двойственной регуляризации в задаче выпуклого программирования в равномерно выпуклом пространстве* // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2013. – № 3(1). – С. 172-180.

С. В. Гулакова, И. В. Тестова, В. Н. Попов

Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,

s.gulakova@narfu.ru, testovairina@mail.ru, v.popov@narfu.ru

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ВИЛЬЯМСА В ЗАДАЧЕ О ТЕЧЕНИИ ПУАЗЕЙЛЯ

В рамках кинетического подхода построено аналитическое (в виде ряда Неймана) решение задачи о течении Пуазейля. В качестве основного уравнения, описывающего кинетику процесса, используется модель Вильямса кинетического уравнения Больцмана, а в качестве граничного условия на стенках канала – модель диффузного отражения [1]. При постановке задачи изменение давления на средней длине свободного пробега молекул газа полагется малым, что позволяет рассмотреть